http://dinamate.org

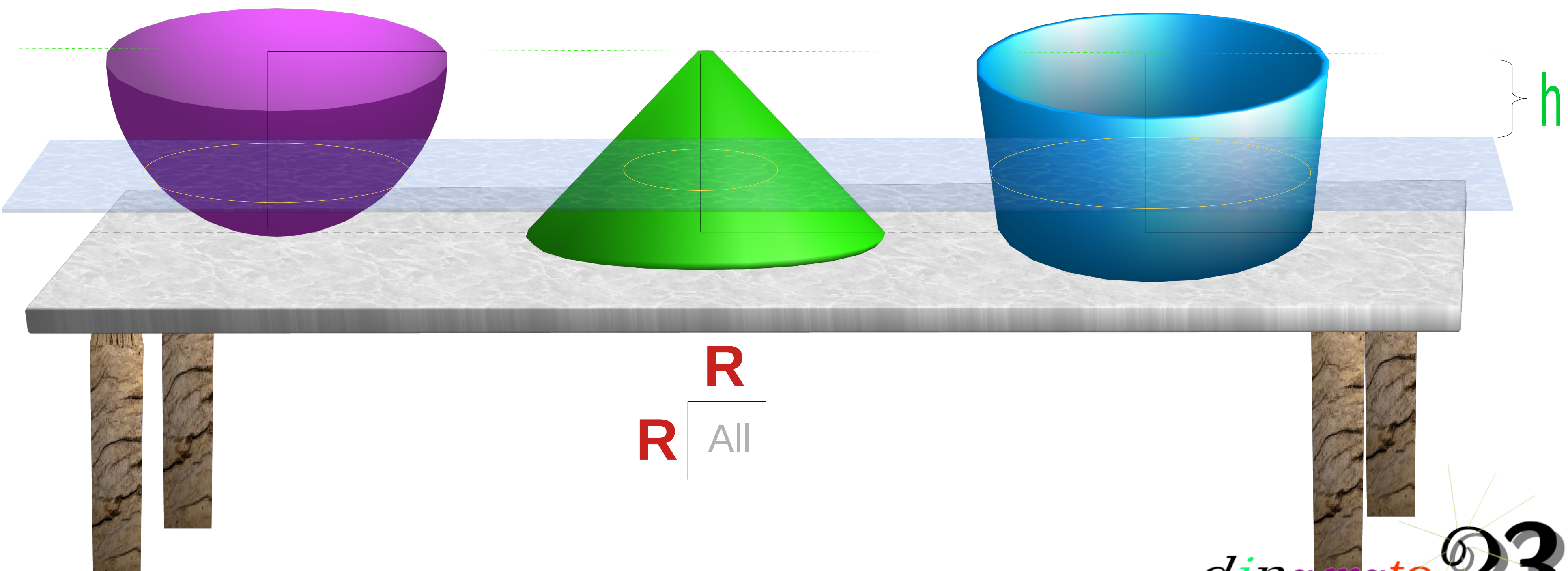
Volumen de la esfera

(Deducción Arquimideana)

0.- Imaginemos una semiesfera, un cono y un cilindro, todos de radio **R** y altura **R**.

1.- Ahora, con un corte cualquiera a una altura h (desde lo más alto), generamos circunferencias de radio diverso para cada figura.

https://www.geogebra.org/m/vfjm3dhr * Ver Applet



dinamate 23

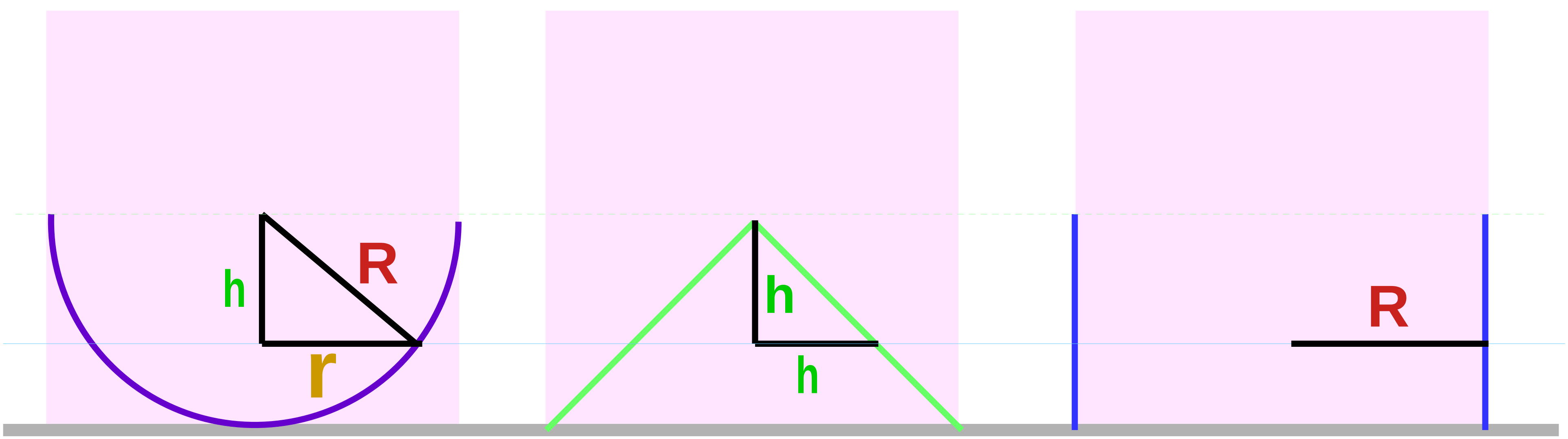
2.- Con las proyecciones laterales para el cono y la semiesfera obtenemos lo siguiente :

a) En el cilindro, siempre tendremos una circunferencia de radio **R** .

b) En el cono, y por ser isosceles, tendremos una circunferencia de radio **h** .

c) En la semiesfera, una de radio variable **r** , pero con el Teorema de Pitágoras , deducimos la relación :

$$r^2+h^2=R^2$$



3.- Ahora, con la proyección superior, tenemos que, para cada **h** :

a) El Área del Círculo del Cilindro es πR^2

b) El Área del corte en el cono es πh^2

c) El Área del corte en la semiesfera es πr^2

Y como

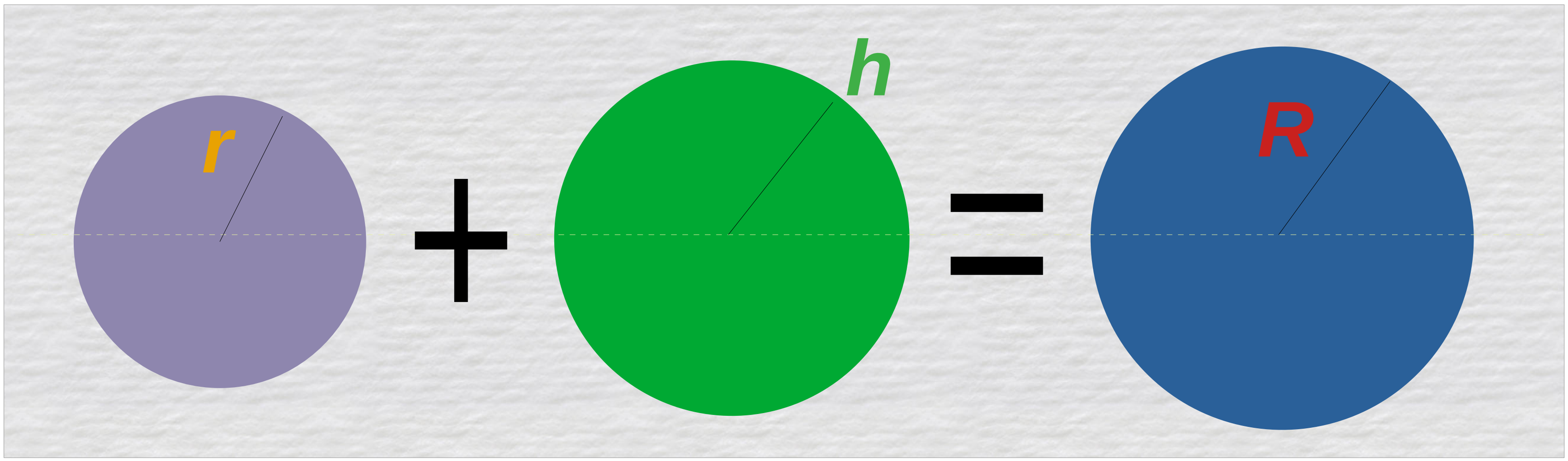
$$r^2+h^2=R^2$$

entonces

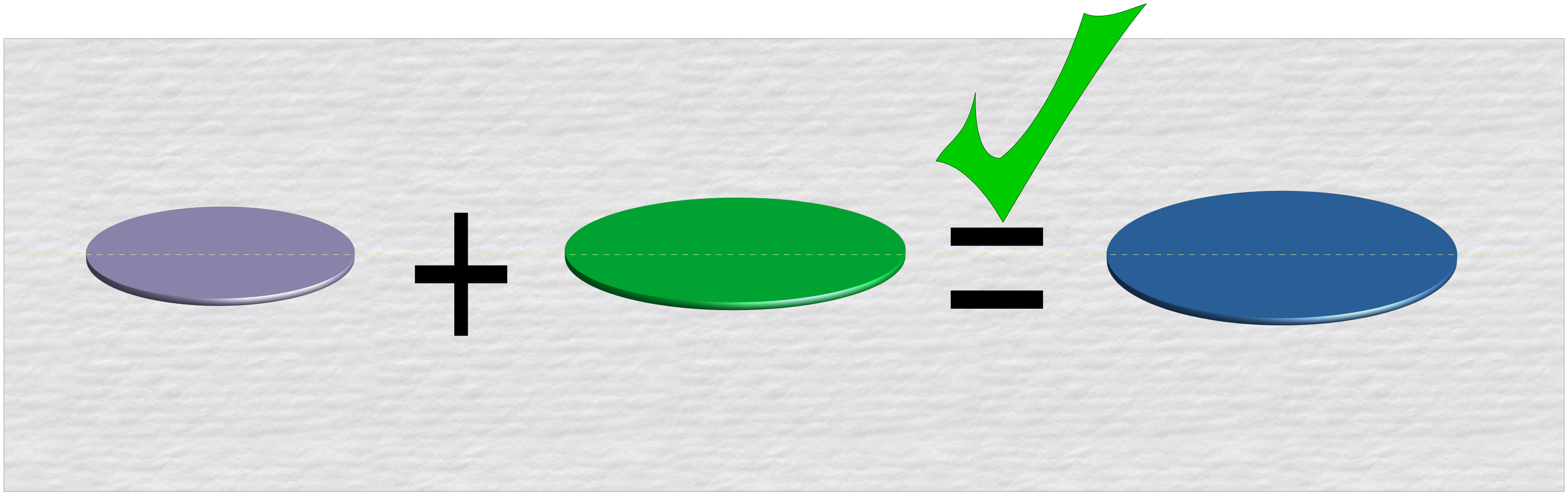
$$\pi r^2+\pi h^2=\pi R^2$$

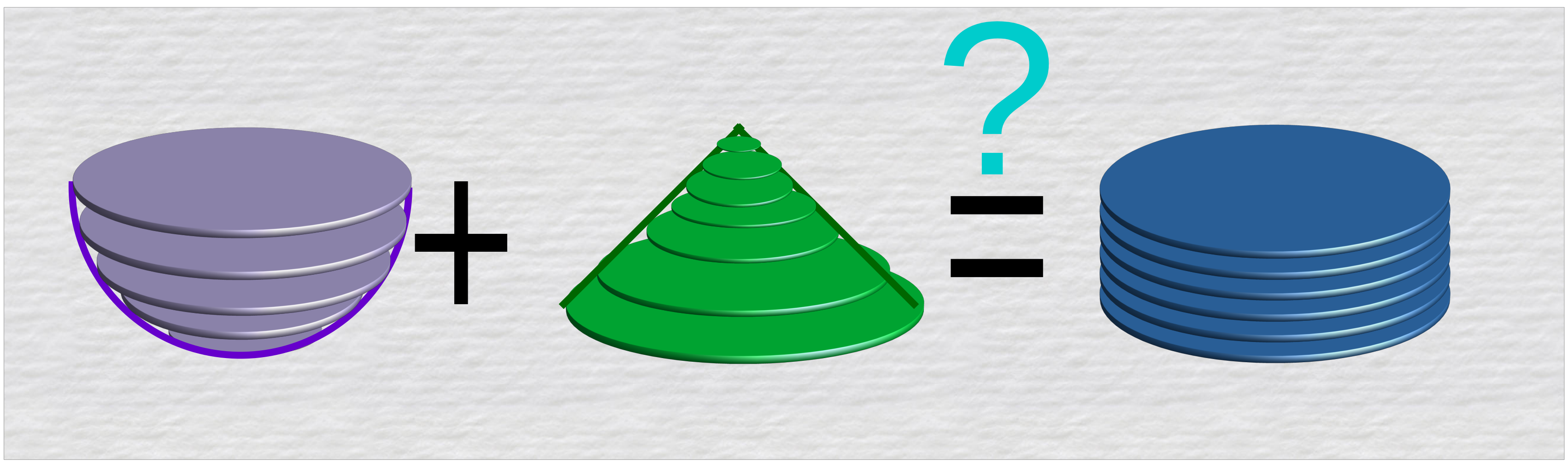
Es decir, la suma de las áreas(cortes) de la esfera y del cono,

equivalen a la del cilindro.



4.- Como para cada rebanada cilíndrica, la relación es cierta, entonces Arquímedes dedujo que en la suma se debía mantener la misma relación, si las alturas eran suficientemente pequeñas, y estuvo en lo cierto, pero pasaron casi 2300 años antes de que se formalizara su deducción.





5.-*Finalmente*, conociendo el volumen del cilindro y del cono, y como su intuición bien le ayudó, Arquímedes dedujo que el volumen de la semiesfera debía ser :

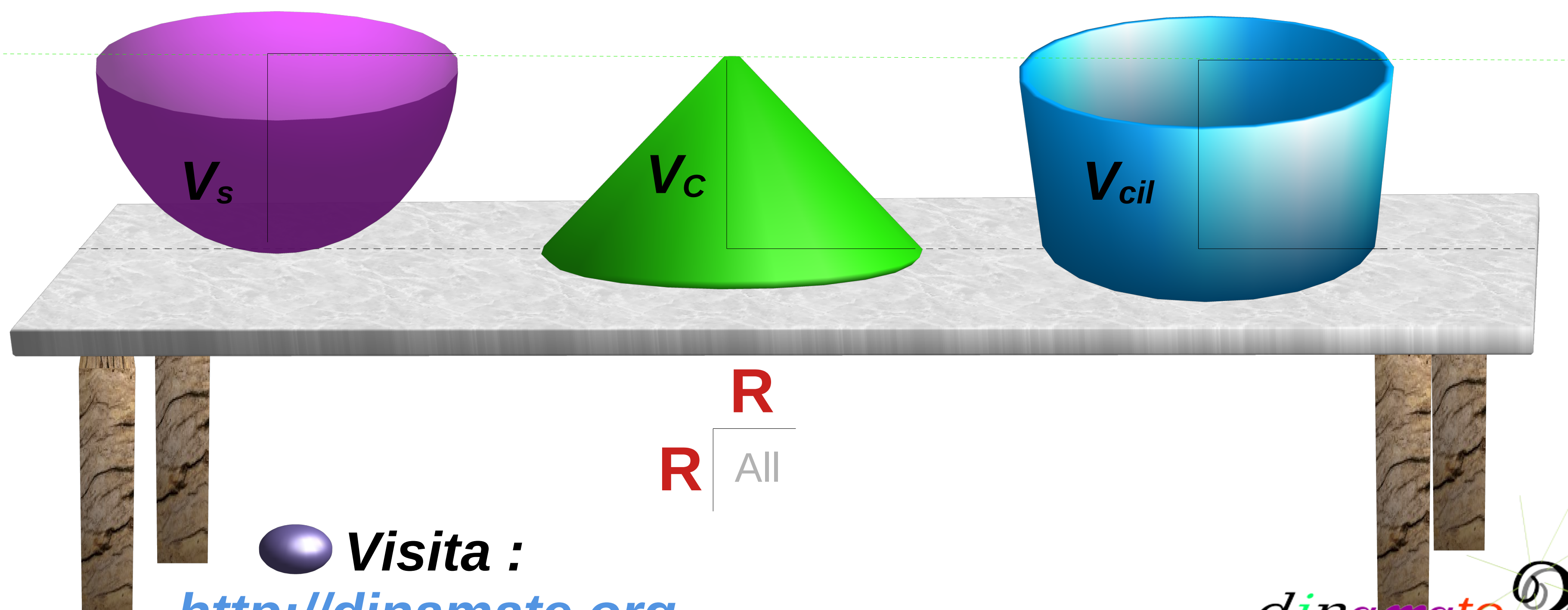
$$V_s+V_C=V_{cil}$$

$$V_s+\pi R^3/3=\pi R^3$$

$$V_s=2\pi R^3/3$$

Y así , el volumen de la esfera sería el doble

$$V_e=4\pi R^3/3$$



Visita :

http://dinamate.org

dinamate 23