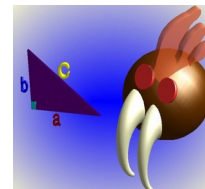


# Actividad **P**itagórica y **T**rigonométrica



Nombre : \_\_\_\_\_

Grupo : \_\_\_\_\_

0.- Asegúrate de haber revisado la siguiente sección antes :

<http://dinamate.org/aritmetica/FromCar/Rera.html>

y de preferencia haber realizado **hasta la parte a1)** de la actividad :

<http://dinamate.org/aritmetica/FromCar/InstiReRa.pdf>

## A) Sin calculadora

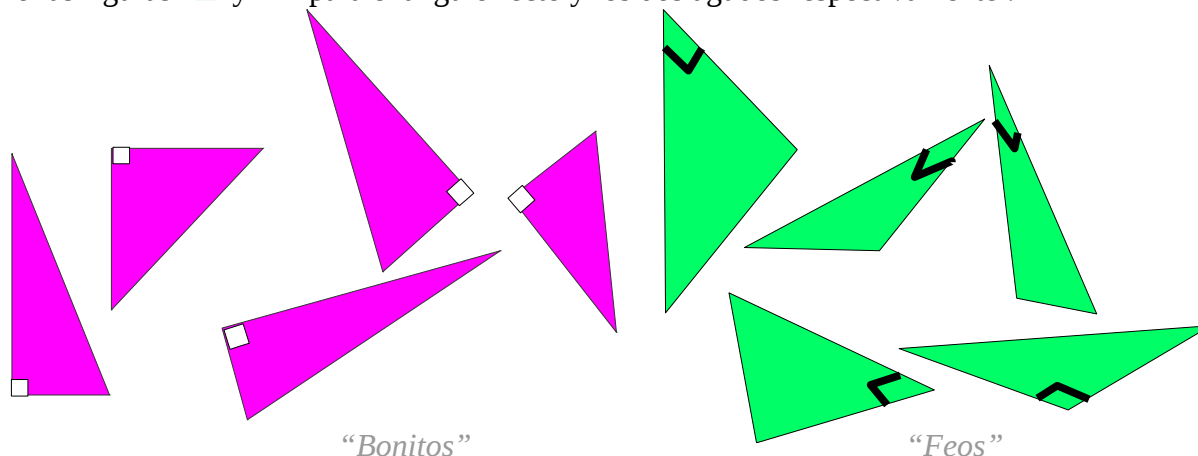
1.- Con ayuda de tus compañeros y/o profesor, completa las siguientes definiciones :

a) Un **Triángulo Rectángulo** es aquel que tiene un \_\_\_\_\_, es decir, de \_\_\_\_\_° \*(Y por lo tanto, los otros dos \_\_\_\_\_, es decir, \_\_\_\_\_ a \_\_\_\_\_°) .

b) En un **Triángulo Rectángulo** llamaremos **hipotenusa** a aquel lado \_\_\_\_\_, es decir, \_\_\_\_\_, en palabras simples, \_\_\_\_\_

c) En un **Triángulo Rectángulo** llamaremos **catetos** a aquellos lados \_\_\_\_\_, es decir, \_\_\_\_\_, en palabras simples, \_\_\_\_\_

👉 Escribe en los siguientes **T.R.** las palabras **hipotenusa** o **cateto** al lado de cada lado de ellos, así como las figuras **■** y **◀** para el ángulo recto y los dos agudos respectivamente :



<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TRrecon.html>

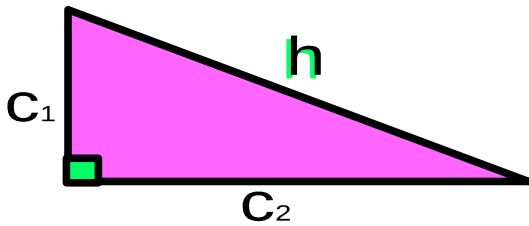


\*Pide a tu maestro que te platique de las geometrías proyectivas y que te explique porqué algunos triángulos se deben “dibujar **mal**”.

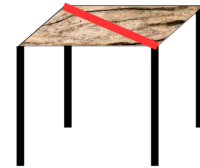
2.- Completa con ayuda de tus compañeros y/o profesor *(De preferencia, después de haber resuelto y analizado el Tangram Pitagórico)*, el : <http://dinamate.org/actividades/TP/tP.html>

### Teorema de Pitágoras :

“En un \_\_\_\_\_ figura \_\_\_\_\_ tipo \_\_\_\_\_ la \_\_\_\_\_ operación \_\_\_\_\_ de los \_\_\_\_\_ operaciones \_\_\_\_\_ de los \_\_\_\_\_ lados (Cuáles) \_\_\_\_\_ es igual al \_\_\_\_\_ operación \_\_\_\_\_ de la \_\_\_\_\_ lado (Cuál) \_\_\_\_\_.”

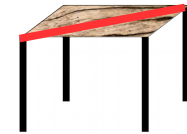


$$c_1^2 + c_2^2 = h^2$$



(Cópialo en tu cuaderno)

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPst.html>



\* Completa con ayuda de tus compañeros y/o profesor, las siguientes :

**Nota 1 :**

El **T** \_\_\_\_\_ de **P** \_\_\_\_\_ se aplica exclusivamente a \_\_\_\_\_ ¿Qué figura? \_\_\_\_\_ ¿De qué tipo? \_\_\_\_\_ .  
A diferencia del **T.S.A.I.T.** que se aplica a \_\_\_\_\_ ¿Qué figura? \_\_\_\_\_ .

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/ang/a3.html>

**Nota 2 :**

Si al **T** \_\_\_\_\_ de **P** \_\_\_\_\_ le quitas los \_\_\_\_\_ operaciones \_\_\_\_\_ , el resultado es \_\_\_\_\_ verdadero/falso \_\_\_\_\_ .  
Pues \_\_\_\_\_

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/DTE.html>

\* Completa los siguientes **contraejemplos** :

$$(9+16= \underline{\quad})$$

$$3^2 + 4^2 = \underline{\quad}^2$$

$$(25+144= \underline{\quad})$$

$$5^2 + 12^2 = \underline{\quad}^2$$

pero sin cuadrados

$$3+4 \stackrel{?}{=} 5$$

$$5+12 \stackrel{?}{=} 13$$

**Nota 3 :**

El **T** \_\_\_\_\_ de **P** \_\_\_\_\_ sirve para calcular \_\_\_\_\_ qué \_\_\_\_\_ , a partir de \_\_\_\_\_ datos \_\_\_\_\_ .  
\*Este no tiene nada que ver con los \_\_\_\_\_ .

La forma

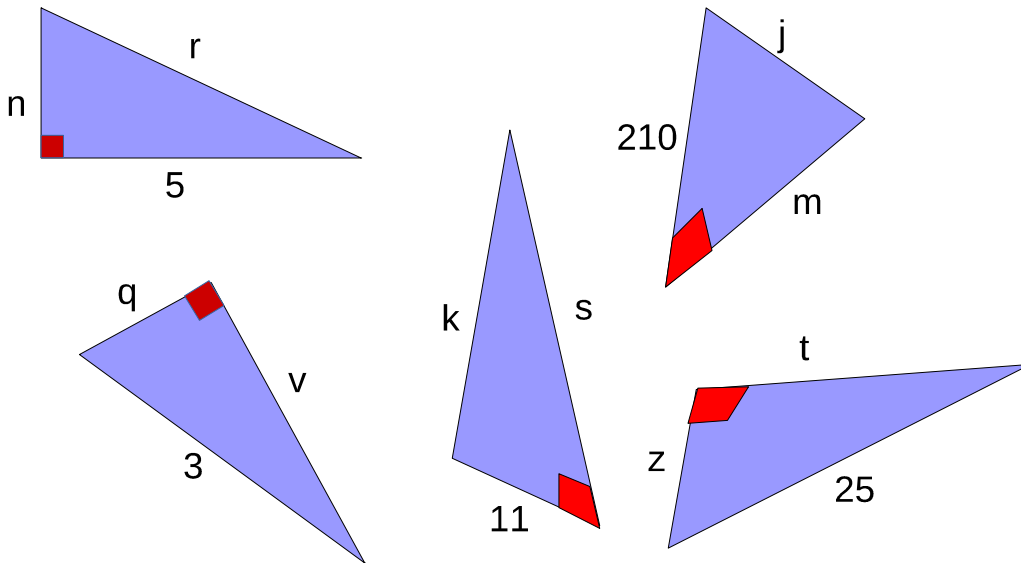
$$c_1^2 + c_2^2 = h^2$$

es llamada “**Forma universal**” del Teorema, ahora, pasemos a **casos particulares** del mismo :

3.- **Plantea** (únicamente) ahora los **T.P. particulares** en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos

(Identifica antes que nada quién es la hipotenusa y quienes los catetos):

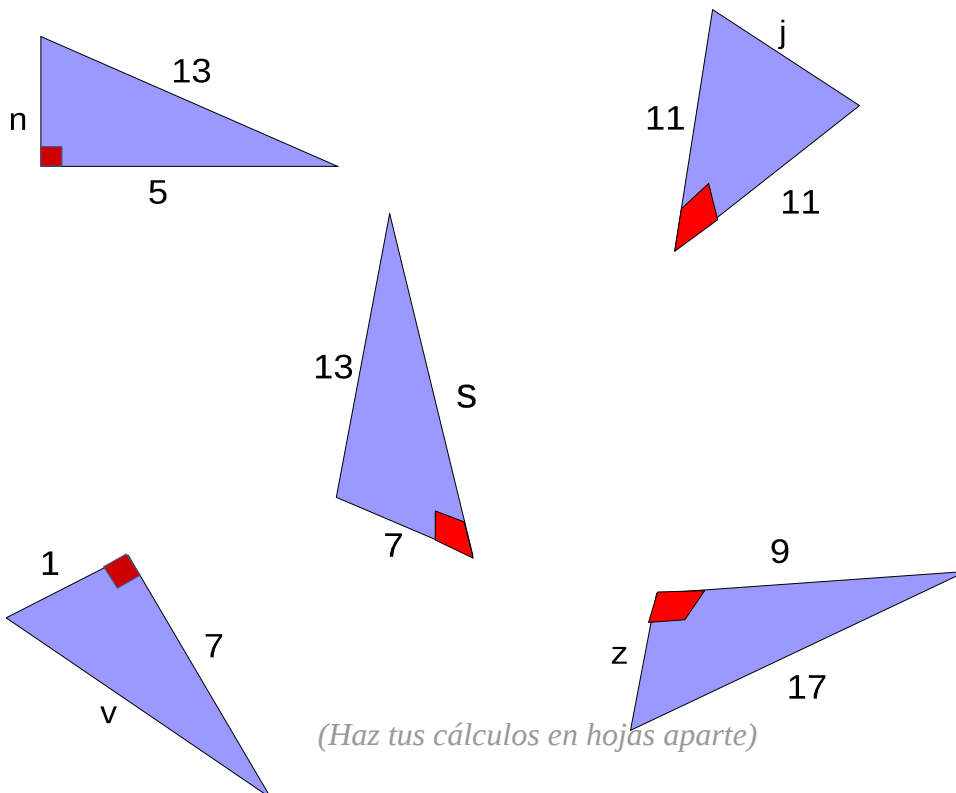
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPst.html>



4.- **Plantea y resuelve** (Valor exacto) los **T.P. particulares** en cada uno de los siguientes triángulos, reduciendo las raíces a su mínima expresión cuando sea necesario

(Identifica antes que nada quién es la hipotenusa y quienes los catetos)

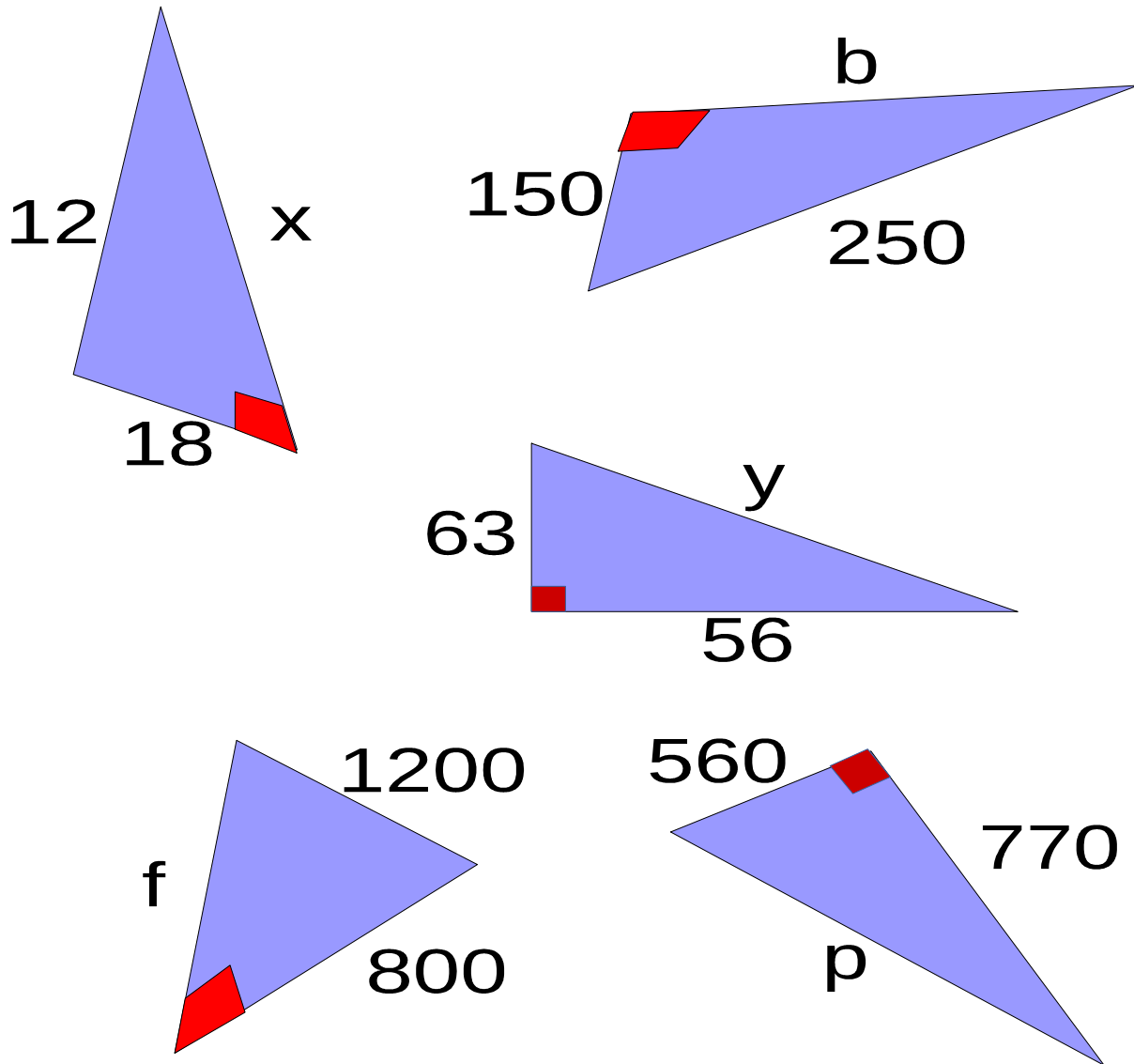
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPst.html>



(Haz tus cálculos en hojas aparte)

5.- Resuelve los siguientes **T.P.** (cuando sea posible) utilizando **semejanza** para facilitar los cálculos (Valor exacto)

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPst.html>



(Haz tus cálculos y figuras en hojas aparte, recuerda renombrar la(s) variable(s))

6.- Con ayuda de tus compañeros y/o profesor, completa las siguientes definiciones :

a) Un concepto **absoluto** es \_\_\_\_\_

ej: \_\_\_\_\_

b) Un concepto **relativo** es \_\_\_\_\_

ej: \_\_\_\_\_

Decide con tus compañeros si los siguientes conceptos son absolutos o relativos (*En el sentido humano*):

- |                         |                             |                      |                          |
|-------------------------|-----------------------------|----------------------|--------------------------|
| a) <i>lejos / cerca</i> | b) <i>El mejor</i>          | c) <i>más grande</i> | d) <i>Lejos (El sol)</i> |
| e) <i>bien/mal</i>      | f) <i>Rojo</i>              | g) <i>Excelso</i>    | h) <i>Bonito/feo</i>     |
| i) <i>Rápida (Luz)</i>  | j) <i>Pequeño (Insecto)</i> | k) <i>Grande</i>     | l) <i>Fácil/Difícil</i>  |

\*Añade más e ellos :

Relativos :

\_\_\_\_\_ ;  
 \_\_\_\_\_ ;  
 \_\_\_\_\_ ;

Absolutos:

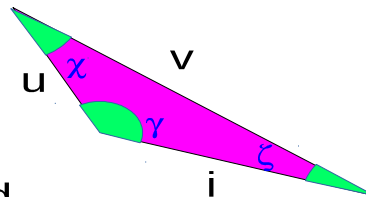
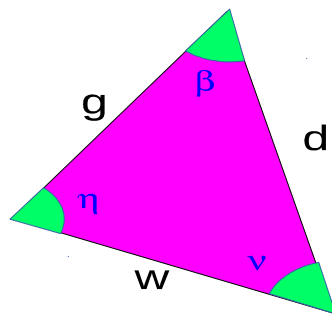
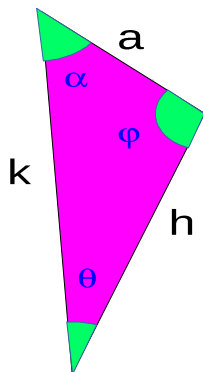
\_\_\_\_\_ ;  
 \_\_\_\_\_ ;  
 \_\_\_\_\_ ;

7.- Con ayuda de tus compañeros y/o profesor, completa las siguientes definiciones :

- a) Un lado se dice adyacente a un ángulo si \_\_\_\_\_ ,  
 es decir, \_\_\_\_\_ .  
 (*Haz un dibujo*)

- b) Un lado se dice opuesto a un ángulo si \_\_\_\_\_ ,  
 es decir, \_\_\_\_\_ .  
 (*Haz un dibujo*)

8.- Con respecto a las siguientes figuras, menciona, para cada ángulo, si es opuesto o adyacente a cada uno de los lados. Explica :



Ej.-  $\alpha$  es opuesto a **h**, pero adyacente a **a** y **k**

\* Decide con tus compañeros si la **hipotenusa**, en un **triángulo rectángulo**, es un concepto absoluto o relativo [y a quién(es)] **(Explica)** \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

\* Decide con tus compañeros si los **catetos** (opuesto o adyacente), en un **triángulo rectángulo**, son conceptos absolutos o relativos [y a quién(es)] **(Explica)** \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

9.- Se tienen 3 objetos y se quieren seleccionar 2 (**importando el orden**).

Llámense **a, b** y **c** a éstos. Tenemos **6** opciones.

Describelas a continuación :

- |  |  |
|--|--|
| 1) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } ; | 2) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } |
| 3) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } ; | 4) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } |
| 5) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } ; | 6) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } |

👉 Ahora, considerando las **4 operaciones aritméticas básicas (+, -, \*, /)**, decide (utilizando 2 cantidades diferentes cualesquiera), cuáles de ellas **las comparan** y cuáles **no**. De aquellas que las comparan, discutan cuál es la comparación **por excelencia** y porqué.

\_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_      ¿Las compara? (s/n)  
¿Porqué? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

\_\_\_ - \_\_\_ = \_\_\_      ¿Las compara? (s/n)  
¿Porqué? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

\_\_\_ \* \_\_\_ = \_\_\_      ¿Las compara? (s/n)  
¿Porqué? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

\_\_\_ / \_\_\_ = \_\_\_      ¿Las compara? (s/n)  
¿Porqué? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

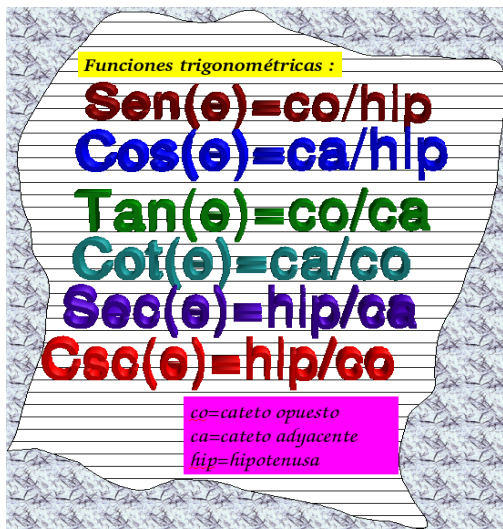
La óptima es \_\_\_\_\_, pues \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_, es decir \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Las funciones trigonométricas son aquellas que relacionan a **dos** de los lados de un triángulo entre sí.

Es por ello que existen   #   **funciones trigonométricas** que relacionan (mediante la   (operación)  ) a los   #   lados de un        (figura)        (de qué tipo)       , de   #   en   #  .

Éstas se presentan a continuación :

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPft.html>



*Se leen :*

“Seno de theta ( $\theta$ )”  
“Coseno de theta ( $\theta$ )”  
“Tangente de theta ( $\theta$ )”  
“Cotangente de theta ( $\theta$ )”  
“Secante de theta ( $\theta$ )”  
“Cosecante de theta ( $\theta$ )”

(Cópialas en tu cuaderno)

☛ Igualmente, estas son “**formas universales**”, en **11** plantearemos **formas particulares**.

**Ojo.-** La Cosecante se denota **Csc** para \_\_\_\_\_ (qué) \_\_\_\_\_

10.- Revisa esta sección detenidamente y practica en ella :

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/RaDen.html>

¿Cuándo se racionaliza una expresión que contiene una raíz cuadrada? \_\_\_\_\_

¿Para que se hace esto? \_\_\_\_\_

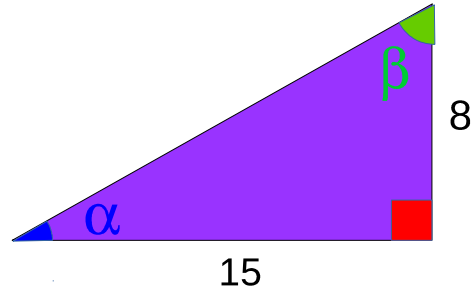
\*Racionaliza las siguientes expresiones :

- a)  $2/\sqrt{2}$       b)  $-8/5\sqrt{6}$       c)  $-3/\sqrt{3}$       d)  $8/\sqrt{15}$
- e)  $2/7\sqrt{7}$       f)  $-6/5\sqrt{10}$       g)  $-8/6\sqrt{6}$       h)  $-9/8\sqrt{6}$
- i)  $6/\sqrt{10}$       j)  $-1/2\sqrt{14}$       k)  $9/6\sqrt{3}$       l)  $4/6\sqrt{10}$

11.- Determina ahora las funciones trigonométricas de  $\alpha$  y  $\beta$  en los siguientes T.R. , resolviendo antes el lado faltante (*Valor exacto*) . Si así lo deseas, utiliza semejanza.

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPft.html>

D

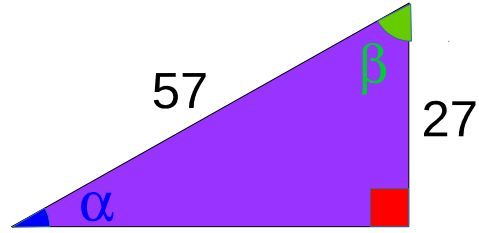


Rellenar tablas (*racionalizadas y reducidas*):

<i>Función(<math>\theta</math>) Trigonométrica</i>	$\alpha$	$\beta$
Sen( $\theta$ )		
Cos( $\theta$ )		
Tan( $\theta$ )		
Cot( $\theta$ )		
Sec( $\theta$ )		
Csc( $\theta$ )		



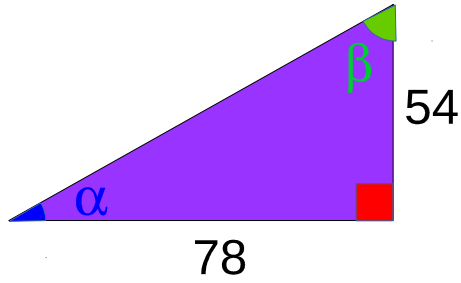
2)



Rellenar tablas (*racionalizadas y reducidas*):

<i>Función(<math>\theta</math>) Trigonométrica</i>	$\alpha$	$\beta$
Sen( $\theta$ )		
Cos( $\theta$ )		
Tan( $\theta$ )		
Cot( $\theta$ )		
Sec( $\theta$ )		
Csc( $\theta$ )		

3)



Rellenar tablas (*racionalizadas y reducidas*):

<i>Función(θ) Trigonométrica</i>	$\alpha$	$\beta$
Sen(θ)		
Cos(θ)		
Tan(θ)		
Cot(θ)		
Sec(θ)		
Csc(θ)		

**Discutan :**

¿Que puedes observar en ellas? / ¿Hay alguna relación entre las celdas?  
¿Cual(es)? / ¿Será posible ahorrar tiempo y/o trabajo?, ¿Cómo?

Con ayuda de tus compañeros y/o profesor, completa las siguientes frases :

Una función trigonométrica se dice **recíproca** de otra si \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_, es decir, \_\_\_\_\_

En particular el \_\_\_\_\_ es **recíproco** de \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ es **recíproco** de \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ es **recíproco** de \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ es **recíproco** de \_\_\_\_\_, y,  
\_\_\_\_\_ es **recíproco** de \_\_\_\_\_.

Una función trigonométrica se dice **co-función** de otra si \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

En particular el \_\_\_\_\_ es **co-función** de \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ es **co-función** de \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ es **co-función** de \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ es **co-función** de \_\_\_\_\_, y,  
\_\_\_\_\_ es **co-función** de \_\_\_\_\_.

(Traza flechas **azules** en las **tablas** superiores para **co-funciones** y **rojas** para **recíprocas**)

¿De donde habrá “salido” el prefijo “Co” ?, averígualo con tus compañeros y/o profesor.

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
∴ \_\_\_\_\_ :)

12.- Completa las definiciones (*funciones-trigonométricas-inversas*) análogamente a la siguiente :

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/fti.html>

**Convención** : El prefijo **A**, se leerá como **“Arco”**. (En ocasiones, y para evitar confusión, se puede denotar como **Arc**)

Asen(x)=y       $\longleftrightarrow$       y=Sen(x)  
ArcSen(x)  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_       $\longleftrightarrow$       \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_      ?      \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

_____	?	_____
_____		
_____	?	_____
_____		
_____	?	_____
_____		

(Cópialas en tu cuaderno)

👉 Con ayuda de tus compañeros y/o profesor, completa las siguientes frases :  
 Una función trigonométrica se dice **inversa** de otra si \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_, es decir, \_\_\_\_\_

En particular el \_\_\_\_\_ es **inverso** de \_\_\_\_\_ y viceversa,  
 el \_\_\_\_\_ es **inverso** de \_\_\_\_\_ y viceversa  
 el \_\_\_\_\_ es **inverso** de \_\_\_\_\_ y viceversa  
 el \_\_\_\_\_ es **inverso** de \_\_\_\_\_ y viceversa, y finalmente,  
 el \_\_\_\_\_ es **inverso** de \_\_\_\_\_ y viceversa.

## B) Con calculadora

👉 Completa la siguiente :

**Nota :** En una **CALCULADORA / CELULAR** , las **Funciones-Trigonométricas-Inversas**  
 se denotan como :

\_\_\_\_\_, equivalente a \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_, e **inversa** de \_\_\_\_\_,  
 \_\_\_\_\_, equivalente a \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_, e **inversa** de \_\_\_\_\_, y  
 \_\_\_\_\_, equivalente a \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_, e **inversa** de \_\_\_\_\_.

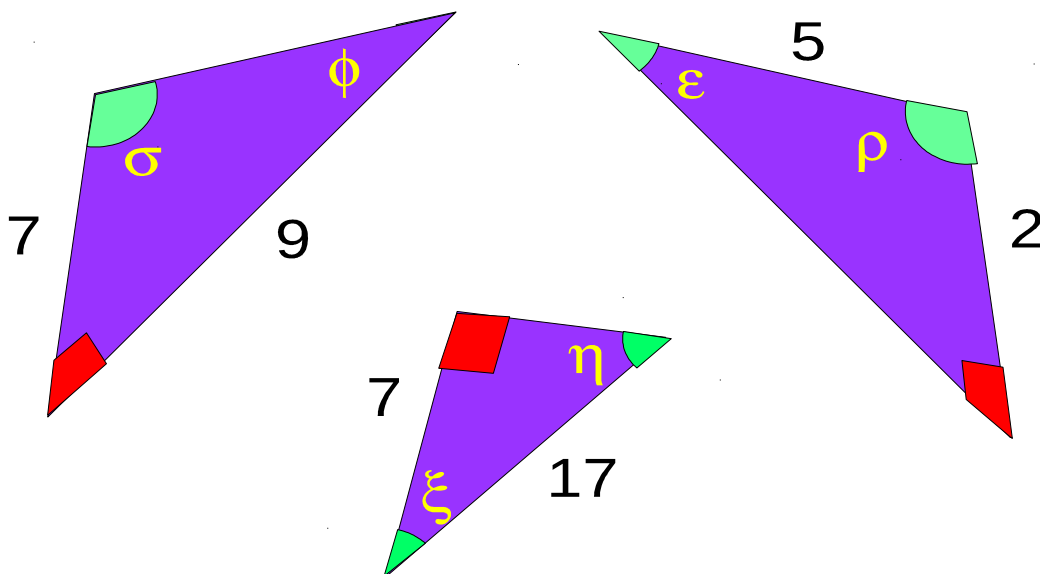
\*¿Porqué en la calculadora no hay inversas para \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_?  
 (Consulta con tu profesor y/o compañeros)

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**Éstas** se calculan con las teclas (dependiendo del aparato mismo) :

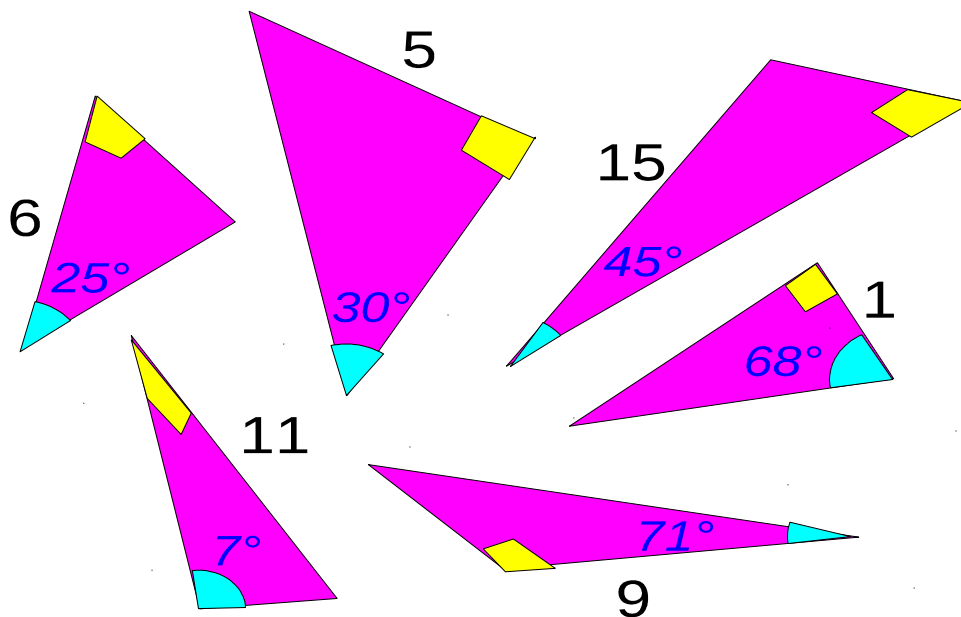
\_\_\_\_\_ **ó** \_\_\_\_\_ **ó** \_\_\_\_\_ **+** \_\_\_\_\_ , respectivamente.

13.-Calcula el valor de los siguientes ángulos (Utilizando **las tres primeras funciones trigonométricas inversas** (Resuelve antes, el lado faltante) y **verifica que sean complementarios como comprobación**) (Aproximación a 4 dígitos) :  
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/fti.html>



14.- Con las funciones trigonométricas, calcula el valor de los lados faltantes en las siguientes figuras (Compruébese con Teorema de pitágoras) / Recuerda el **C<sub>2</sub>.T.S.A.I.T.** :

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPft.html>  
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/Whichft.html>




---

\* Ya puedes hacer las **prácticas 4 y 5** de  
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/geometriatrigonometria.html>

Opcional 1 : Describe los 4 posibles casos de problemas de T.R. (Datos-incógnitas)  
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/sl/TR.html>

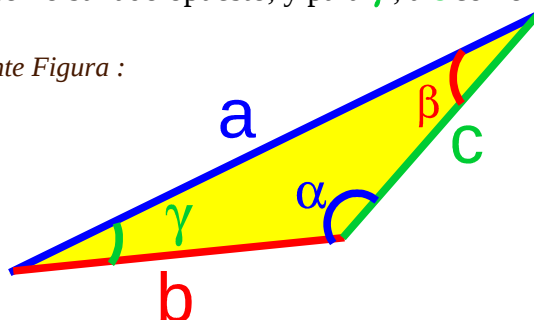
Opcional 2 : Describe los 4 posibles casos de resolución de T.R. (Datos-incógnitas)  
 y su método con comprobación  
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/sl/TR.html>

## Generalizaciones del Teorema de Pitágoras (Resolución del triángulo general)

Completa con ayuda de tus compañeros y/o profesor la siguiente :

**Convención :** En un Triángulo \_\_\_\_\_¿de qué tipo?\_\_\_\_\_, procuraremos denotar, para  $\alpha$ , a **a** como su lado opuesto, para  $\beta$ , a **b** como su lado opuesto, y para  $\gamma$ , a **c** como su lado opuesto.

Es como en la siguiente Figura :



15.- Completa con ayuda de tus compañeros y/o profesor y en base a la **convención**(figura) anterior, las siguientes :

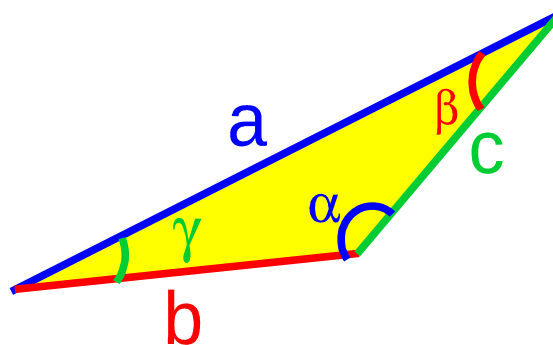
**a) Ley de los Senos :**

En un Triángulo \_\_\_\_\_¿de qué tipo?\_\_\_\_\_, la \_\_\_\_\_(división) entre el **Seno** de un \_\_\_\_\_, y su \_\_\_\_\_ opuesto, es \_\_\_\_\_(No cambia) .

Es decir , con respecto a la misma figura :

3 enunciados

----- = -----  
 ----- = -----  
 ----- = ----- :



\*Estas **se** conjuntan “**en una sola**” así :

----- = ----- = -----

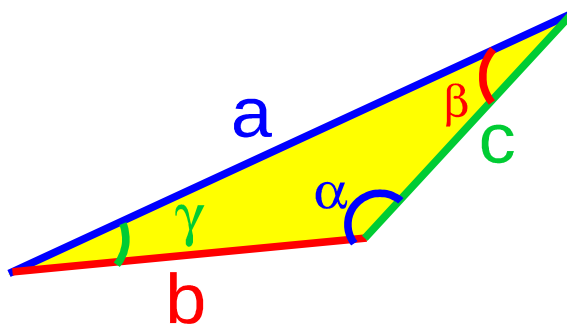
**b) Ley de los Cosenos :**

En un Triángulo \_\_\_\_\_ ¿de qué tipo? \_\_\_\_\_, la suma de los \_\_\_\_\_ (operaciones) \_\_\_\_\_ de dos lados cualesquiera, es igual al \_\_\_\_\_ (operación) \_\_\_\_\_ del restante, más el \_\_\_\_\_ (x2) \_\_\_\_\_ (multiplicación) de los dos primeros, con el **Coseno** del \_\_\_\_\_ opuesto al último.

Es decir , con respecto a la misma figura :

3 enunciados

\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_



\*Estas **NO** se conjuntan

**Observación :**

*Calcula lo siguiente :*

- |                         |               |
|-------------------------|---------------|
| a) Sen(30°)= <b>0.5</b> | b) Cos(30°)=  |
| c) Sen(45°)=            | d) Cos(45°)=  |
| e) Sen(60°)=            | f) Cos(60°)=  |
| g) Sen(120°)=           | h) Cos(120°)= |
| i) Sen(135°)=           | j) Cos(135°)= |
| k) Sen(150°)=           | l) Cos(150°)= |

(Agudos)

(Obtuse)

¿Que puedes observar de ellas? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Ahora**, con los **valores obtenidos** calcula sus funciones trigonométricas inversas :

p.e.- a) Asen(**0.5**)=**30°**

**Preguntas :**

¿Obtuviste todos los ángulos originales? \_\_\_\_\_ (s/n) \_\_\_\_\_ .

¿Cuáles sí? \_\_\_\_\_ , ¿Cuales no? \_\_\_\_\_

¿Qué función *t.i.* sí se “porta bien”? \_\_\_\_\_

¿Cuál no lo hace? \_\_\_\_\_

• **Completa la siguiente :**

**Nota :**

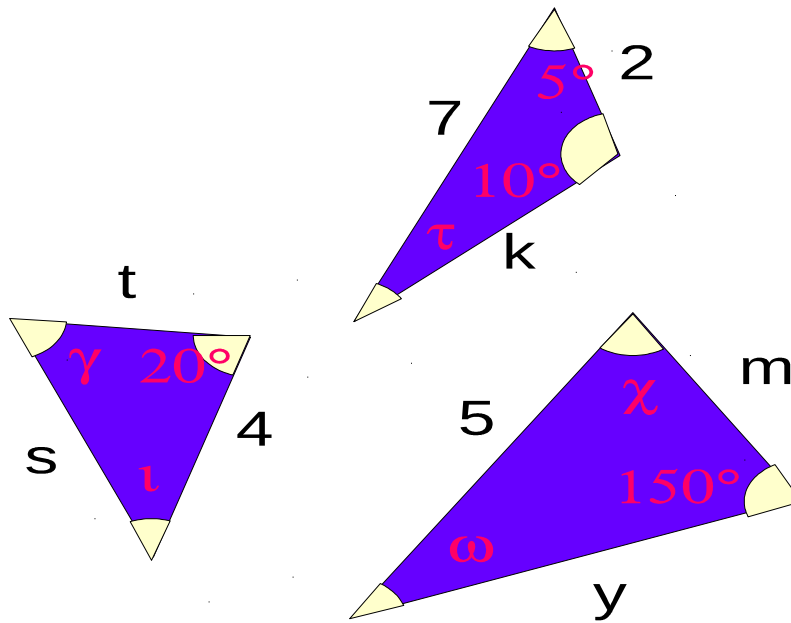
1.-La función \_\_\_\_\_  $s/n$  se “porta bien” para ángulos  $¿De qué tipo? _____$ , pero  $s/n$  para ángulos  $¿De qué tipo? _____$ .

2.-La función \_\_\_\_\_  $s/n$  se “porta bien” para ángulos  $¿De qué tipo? _____$ .

Por lo tanto,  $s/n$  utilizaremos la función \_\_\_\_\_ para calcular ángulos, a menos de que estemos absolutamente seguros de que éste sea \_\_\_\_\_. En su lugar, utilizaremos la función \_\_\_\_\_.

16.- Plantea las leyes de senos y cosenos (**3 de cada una**) en los siguientes triángulos :

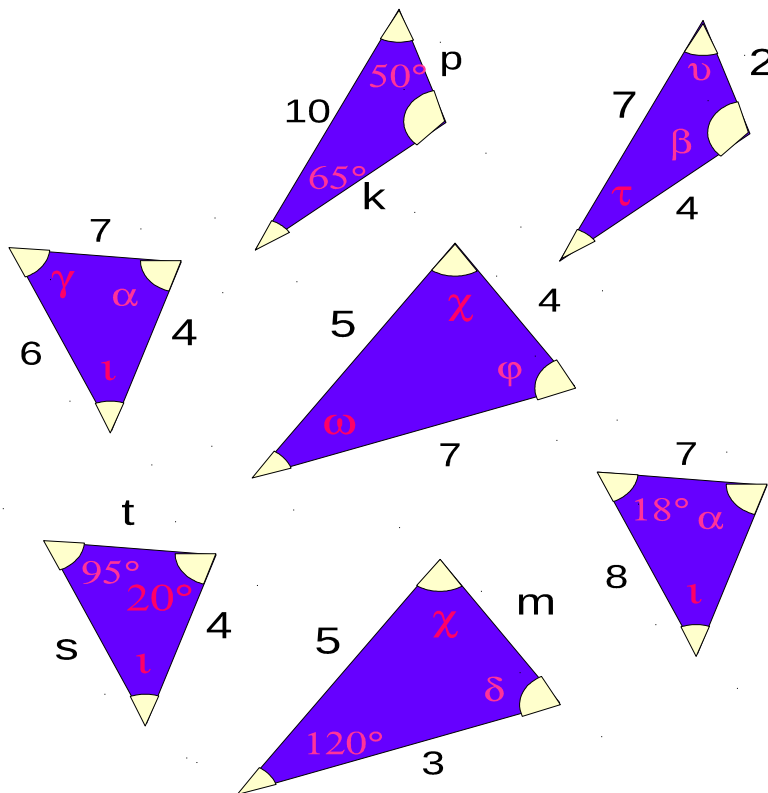
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/sl/TG.html>





17.- Resuelve (cuando sea posible) los siguientes triángulos utilizando las leyes de senos y cosenos y demás :

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/sl/TG.html>



¿Problemas al despejar?, *auxíliate* de las siguientes secciones :

- <http://www.dinamate.org/algebra/despejes/D1.html>
- <http://www.dinamate.org/algebra/despejes/D2.html>
- <http://www.dinamate.org/algebra/despejes/D3.html>
- <http://www.dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/fti.html>

Opcional 3 : Describe los posibles casos de problemas de T.G. (**Datos-incógnitas**), y sus métodos de resolución con comprobación.

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/sl/TG.html>

\* Ya puedes hacer las **prácticas 6 y 7** de

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/geometriatrigonometria.html>



Visita : **dinamate.org**