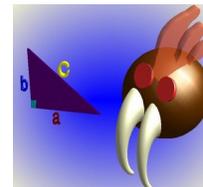




Actividad **P**itagórica y **T**rigonométrica



Nombre : _____

Grupo : _____

0.- Asegúrate de haber revisado la siguiente sección antes :

<http://dinamate.org/aritmetica/FromCar/Rera.html>

y de preferencia haber realizado **hasta la parte a1)** de la actividad :

<http://dinamate.org/aritmetica/FromCar/InstiReRa.pdf>

A) Sin calculadora

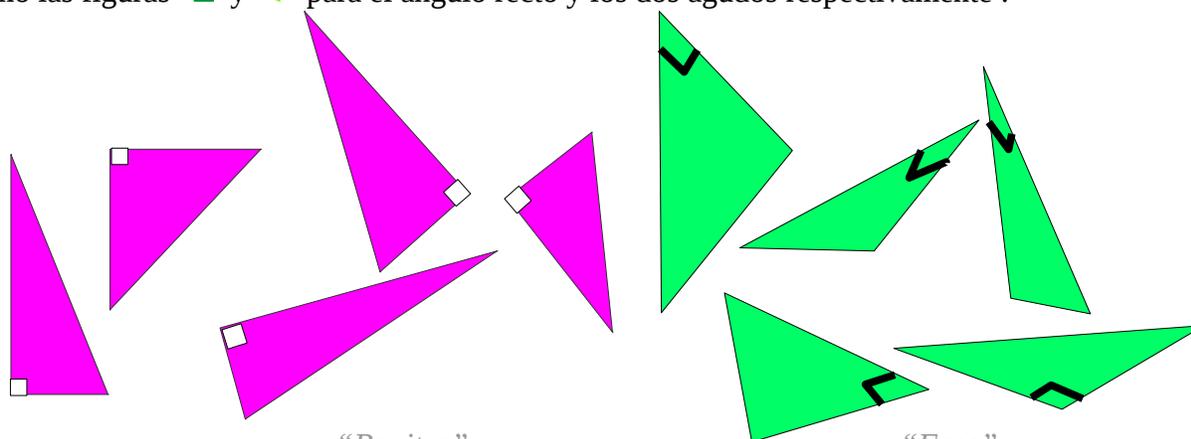
1.- Con ayuda de tus compañeros y/o profesor, completa las siguientes definiciones :

a) Un **Triángulo Rectángulo** es aquel que tiene un _____, es decir, de _____° *(Y por lo tanto, los otros dos _____, es decir, _____ a _____°).

b) En un **Triángulo Rectángulo** llamaremos **hipotenusa** a aquel lado _____, es decir, _____, en palabras simples, _____

c) En un **Triángulo Rectángulo** llamaremos **catetos** a aquellos lados _____, es decir, _____, en palabras simples, _____

👉 Escribe en los siguientes **T.R.** las palabras **hipotenusa** o **cateto** al lado de cada lado de ellos, así como las figuras **■** y **◀** para el ángulo recto y los dos agudos respectivamente :



<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TRrecon.html>

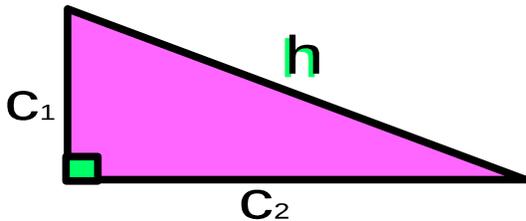


*Pide a tu maestro que te platique de las geometrías proyectivas y que te explique porqué algunos triángulos se deben “dibujar **mal**”.

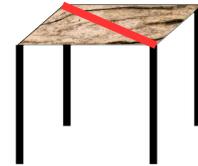
2.- Completa con ayuda de tus compañeros y/o profesor *(De preferencia, después de haber resuelto y analizado el Tangram Pitagórico)*, el : <http://dinamate.org/actividades/TP/tP.html>

Teorema de Pitágoras :

“En un _____ figura _____ tipo _____ la _____ operación _____ de los _____ operaciones _____ de los _____ lados (Cuáles) _____ es igual al _____ operación _____ de la _____ lado (Cuál) _____.”

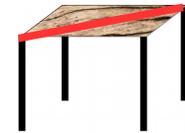


$$C_1^2 + C_2^2 = h^2$$



(Cópialo en tu cuaderno)

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPst.html>



* Completa con ayuda de tus compañeros y/o profesor, las siguientes :

Nota 1 :

El **T** _____ de **P** _____ se aplica exclusivamente a _____ ¿Qué figura? _____ ¿De qué tipo? _____ .
A diferencia del **T.S.A.I.T.** que se aplica a _____ ¿Qué figura? _____ .

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/ang/a3.html>

Nota 2 :

Si al **T** _____ de **P** _____ le quitas los _____ operaciones _____ , el resultado es _____ verdadero/falso _____ .
Pues _____

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/DTE.html>

* Completa los siguientes **contraejemplos** :

$$(9+16= \underline{\quad})$$

$$3^2 + 4^2 = \underline{\quad}^2$$

$$(25+144= \underline{\quad})$$

$$5^2 + 12^2 = \underline{\quad}^2$$

pero sin cuadrados

$$3+4 \stackrel{?}{=} 5$$

$$5+12 \stackrel{?}{=} 13$$

Nota 3 :

El **T** _____ de **P** _____ sirve para calcular _____ qué _____ , a partir de _____ datos _____ .
*Este no tiene nada que ver con los _____ .

La forma

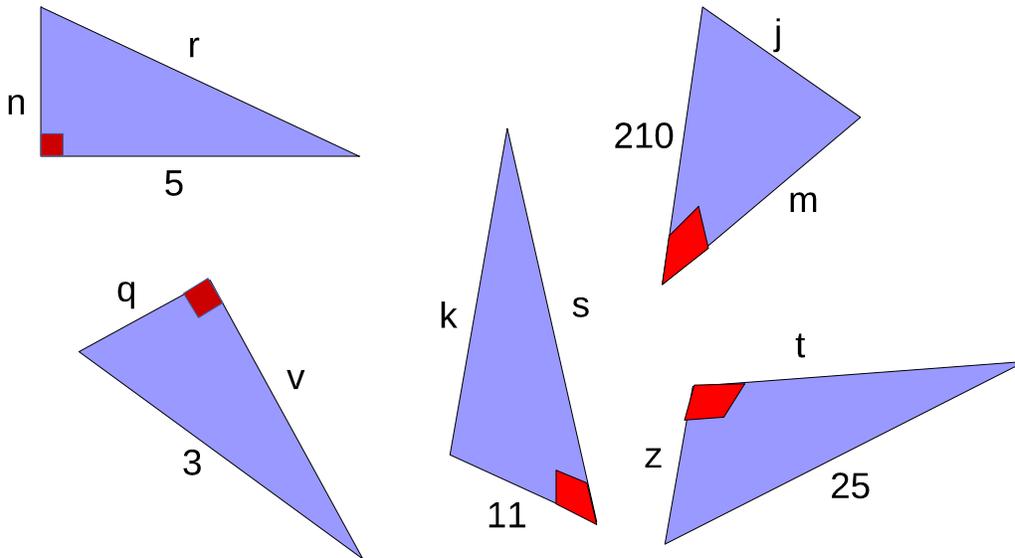
$$C_1^2 + C_2^2 = h^2$$

es llamada “**Forma universal**” del Teorema, ahora, pasemos a **casos particulares** del mismo :

3.- **Plantea** (únicamente) ahora los **T.P. particulares** en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos

(Identifica antes que nada quién es la hipotenusa y quienes los catetos):

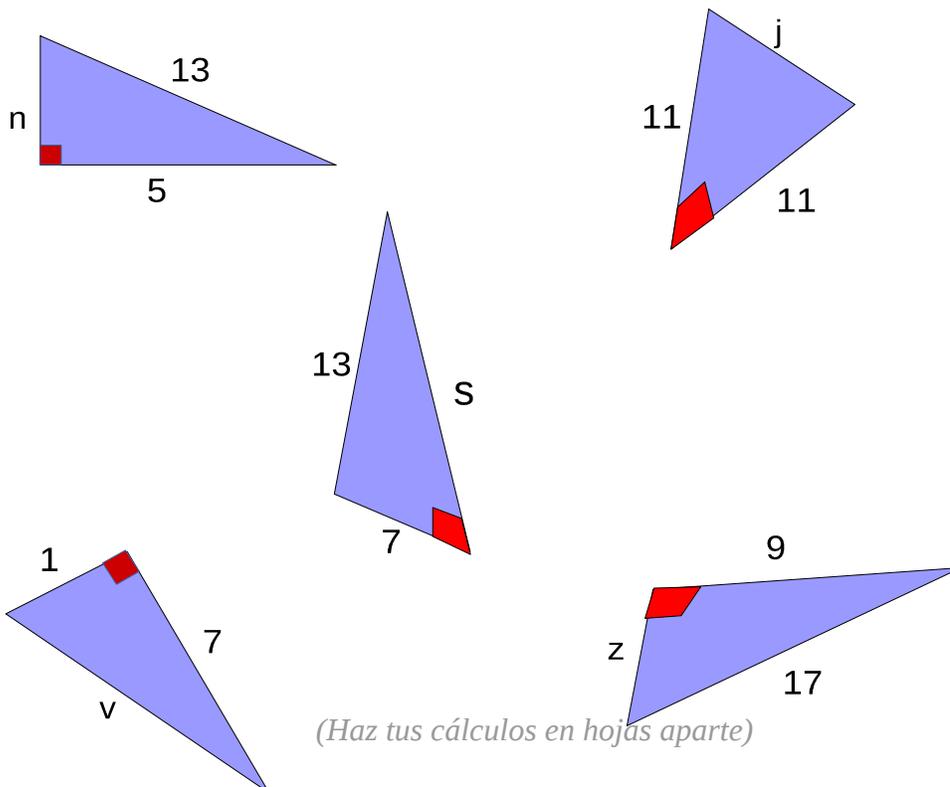
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPst.html>



4.- **Plantea y resuelve** (Valor exacto) los **T.P. particulares** en cada uno de los siguientes triángulos, reduciendo las raíces a su mínima expresión cuando sea necesario

(Identifica antes que nada quién es la hipotenusa y quienes los catetos)

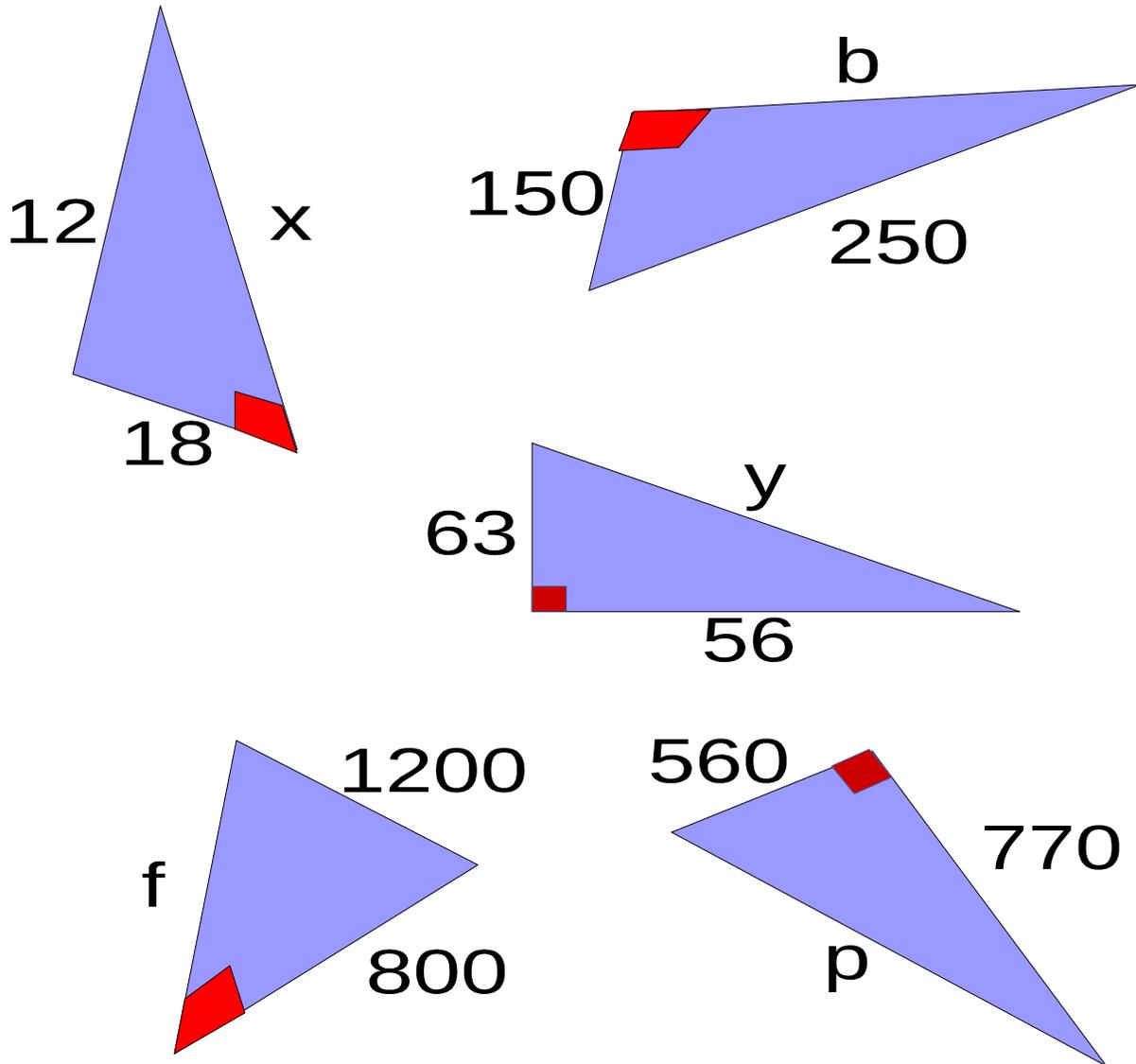
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPst.html>



(Haz tus cálculos en hojas aparte)

5.- Resuelve los siguientes **T.P.** (cuando sea posible) utilizando **semejanza** para facilitar los cálculos (Valor exacto)

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPst.html>



(Haz tus cálculos y figuras en hojas aparte, recuerda renombrar la(s) variable(s))

6.- Con ayuda de tus compañeros y/o profesor, completa las siguientes definiciones :

a) Un concepto **absoluto** es _____

ej: _____

b) Un concepto **relativo** es _____

ej: _____

Decide con tus compañeros si los siguientes conceptos son absolutos o relativos (*En el sentido humano*):

- a) *lejos / cerca* b) *El mejor* c) *más grande* d) *Lejos (El sol)*
- e) *bien/mal* f) *Rojo* g) *Excelso* h) *Bonito/feo*
- i) *Rápida (Luz)* j) *Pequeño (Insecto)* k) *Grande* l) *Fácil/Difícil*

*Añade más e ellos :

Relativos :

_____ ;
 _____ ;
 _____ ;

Absolutos:

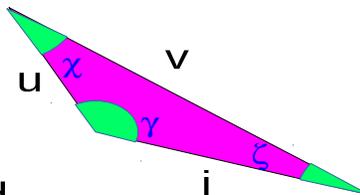
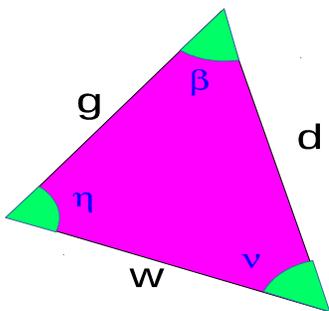
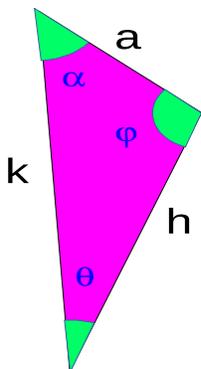
_____ ;
 _____ ;
 _____ ;

7.- Con ayuda de tus compañeros y/o profesor, completa las siguientes definiciones :

a) Un lado se dice adyacente a un ángulo si _____ ,
 es decir, _____ .
 (*Haz un dibujo*)

b) Un lado se dice opuesto a un ángulo si _____ ,
 es decir, _____ .
 (*Haz un dibujo*)

8.- Con respecto a las siguientes figuras, menciona, para cada ángulo, si es opuesto o adyacente a cada uno de los lados. Explica :



Ej.- α es opuesto a **h**, pero adyacente a **a** y **k**

* Decide con tus compañeros si la **hipotenusa**, en un **triángulo rectángulo**, es un concepto absoluto o relativo [y a quién(es)] **(Explica)** _____

* Decide con tus compañeros si los **catetos** (opuesto o adyacente), en un **triángulo rectángulo**, son conceptos absolutos o relativos [y a quién(es)] **(Explica)** _____

9.- Se tienen 3 objetos y se quieren seleccionar 2 (**importando el orden**).

Llámense **a, b** y **c** a éstos. Tenemos **6** opciones.

Describelas a continuación :

- | | |
|--|--|
| 1) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } ; | 2) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } |
| 3) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } ; | 4) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } |
| 5) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } ; | 6) Seleccionamos a los siguientes : { __, __ } |

👉 Ahora, considerando las **4 operaciones aritméticas básicas** (+, -, *, /), decide (utilizando 2 cantidades diferentes cualesquiera), cuáles de ellas **las comparan** y cuáles **no**. De aquellas que las comparan, discutan cuál es la comparación **por excelencia** y porqué.

___ + ___ = ___ ¿Las compara? (s/n)
¿Porqué? _____

___ - ___ = ___ ¿Las compara? (s/n)
¿Porqué? _____

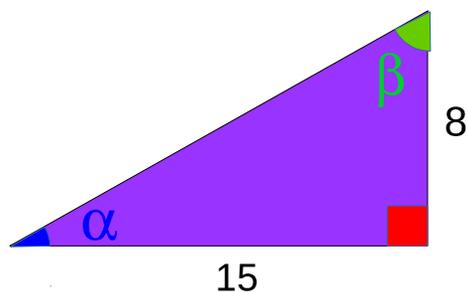
___ * ___ = ___ ¿Las compara? (s/n)
¿Porqué? _____

___ / ___ = ___ ¿Las compara? (s/n)
¿Porqué? _____

La óptima es _____, pues _____
_____, es decir _____

11.- Determina ahora las funciones trigonométricas de α y β en los siguientes T.R. , resolviendo antes el lado faltante (*Valor exacto*) . Si así lo deseas, utiliza semejanza. <http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPft.html>

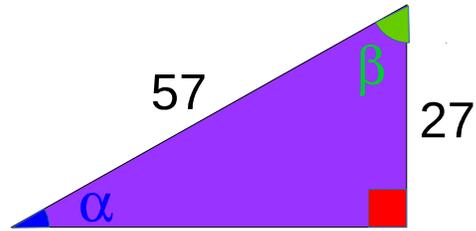
D



Rellenar tablas (*racionalizadas y reducidas*):

<i>Función(θ) Trigonométrica</i>	α	β
Sen(θ)		
Cos(θ)		
Tan(θ)		
Cot(θ)		
Sec(θ)		
Csc(θ)		

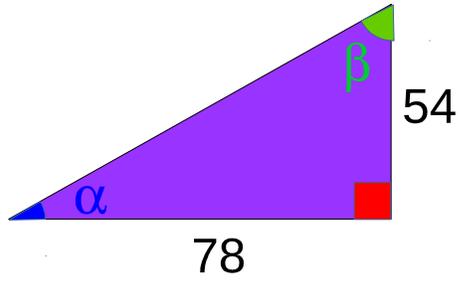
2)



Rellenar tablas (*racionalizadas y reducidas*):

Función(θ) Trigonométrica	α	β
Sen(θ)		
Cos(θ)		
Tan(θ)		
Cot(θ)		
Sec(θ)		
Csc(θ)		

3)



Rellenar tablas (*racionalizadas y reducidas*):

<i>Función(θ) Trigonométrica</i>	α	β
Sen(θ)		
Cos(θ)		
Tan(θ)		
Cot(θ)		
Sec(θ)		
Csc(θ)		

Discutan :

¿Que puedes observar en ellas? / ¿Hay alguna relación entre las celdas?
¿Cual(es)? / ¿Será posible ahorrar tiempo y/o trabajo?, ¿Cómo?

Con ayuda de tus compañeros y/o profesor, completa las siguientes frases :

Una función trigonométrica se dice **recíproca** de otra si _____
_____, es decir, _____

En particular el _____ es **recíproco** de _____
_____ es **recíproco** de _____
_____ es **recíproco** de _____
_____ es **recíproco** de _____, y,
_____ es **recíproco** de _____.

Una función trigonométrica se dice **co-función** de otra si _____

En particular el _____ es **co-función** de _____
_____ es **co-función** de _____
_____ es **co-función** de _____
_____ es **co-función** de _____, y,
_____ es **co-función** de _____.

(Traza flechas **azules** en las **tablas** superiores para **co-funciones** y **rojas** para **recíprocas**)

¿De donde habrá “salido” el prefijo “Co” ?, averígualo con tus compañeros y/o profesor.

∴ _____ :)

12.- Completa las definiciones (*funciones-trigonométricas-inversas*) análogamente a la siguiente :

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/fti.html>

Convención : El prefijo **A**, se leerá como **“Arco”**. (En ocasiones, y para evitar confusión, se puede denotar como **Arc**)

Asen(x)=y \longleftrightarrow y=Sen(x)
ArcSen(x)

_____ \longleftrightarrow _____
_____ ? _____

_____	?	_____

_____	?	_____

_____	?	_____

(Cópialas en tu cuaderno)

👉 Con ayuda de tus compañeros y/o profesor, completa las siguientes frases :
 Una función trigonométrica se dice **inversa** de otra si _____
 _____, es decir, _____

En particular el _____ es **inverso** de _____ y viceversa,
 el _____ es **inverso** de _____ y viceversa
 el _____ es **inverso** de _____ y viceversa
 el _____ es **inverso** de _____ y viceversa, y finalmente,
 el _____ es **inverso** de _____ y viceversa.

B) Con calculadora

👉 Completa la siguiente :

Nota : En una **CALCULADORA / CELULAR** , las **Funciones-Trigonométricas-Inversas**
 se denotan como :

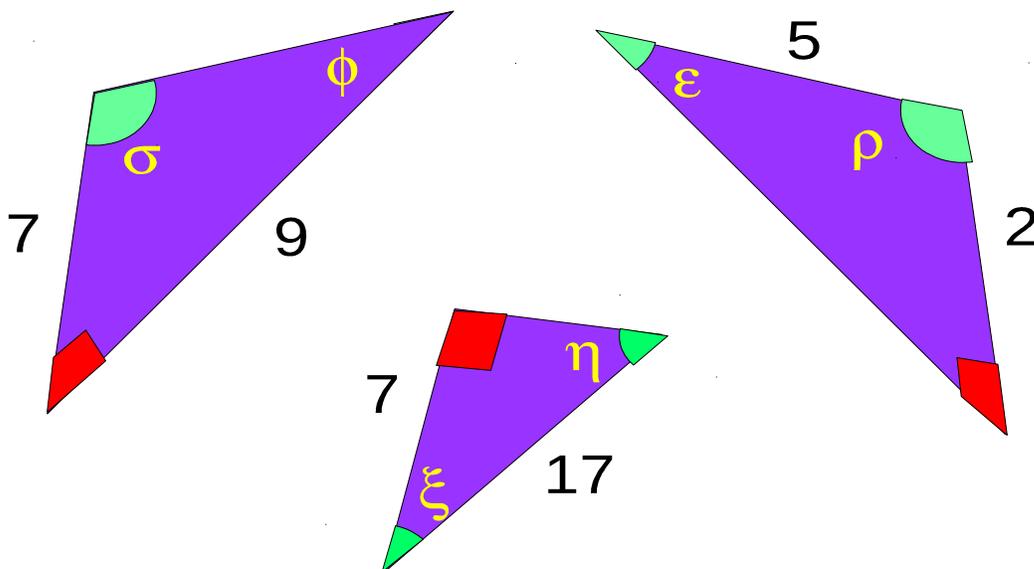
_____, equivalente a _____/_____, e **inversa** de _____,
 _____, equivalente a _____/_____, e **inversa** de _____, y
 _____, equivalente a _____/_____, e **inversa** de _____.

*¿Porqué en la calculadora no hay inversas para _____, _____ y _____?
 (Consulta con tu profesor y/o compañeros)

Éstas se calculan con las teclas (dependiendo del aparato mismo) :

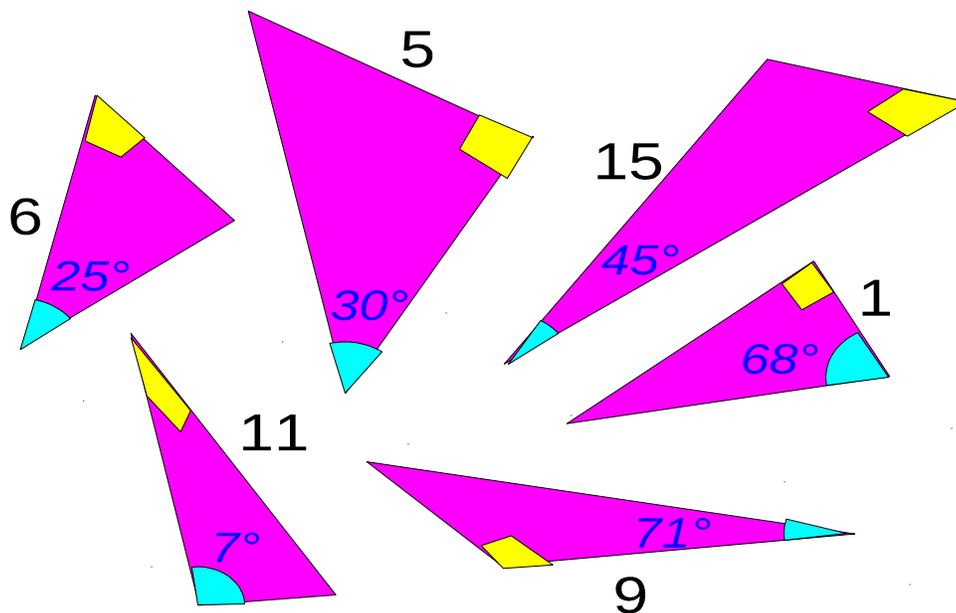
_____ **ó** _____ **ó** _____ **+** _____, respectivamente.

13.-Calcula el valor de los siguientes ángulos (Utilizando **las tres primeras funciones trigonométricas inversas** (Resuelve antes, el lado faltante) y verifica que sean complementarios como comprobación) (Aproximación a 4 dígitos) :
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/fti.html>



14.- Con las funciones trigonométricas, calcula el valor de los lados faltantes en las siguientes figuras (Compruébese con Teorema de pitágoras) / Recuerda el **C₂.T.S.A.I.T.** :

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/TPft.html>
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/Whichft.html>



* Ya puedes hacer las **prácticas 4 y 5** de
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/geometriatrigonometria.html>

Opcional 1 : Describe los 4 posibles casos de problemas de T.R. (Datos-incógnitas)
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/sl/TR.html>

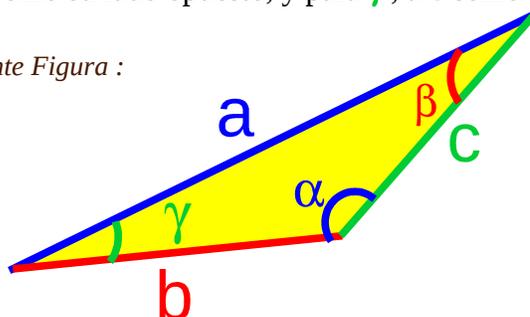
Opcional 2 : Describe los 4 posibles casos de resolución de T.R. (Datos-incógnitas)
 y su método con comprobación
<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/sl/TR.html>

Generalizaciones del Teorema de Pitágoras (Resolución del triángulo general)

Completa con ayuda de tus compañeros y/o profesor la siguiente :

Convención : En un Triángulo _____¿de qué tipo?_____, procuraremos denotar, para α , a **a** como su lado opuesto, para β , a **b** como su lado opuesto, y para γ , a **c** como su lado opuesto.

Es como en la siguiente Figura :



15.- Completa con ayuda de tus compañeros y/o profesor y en base a la **convención**(figura) anterior, las siguientes :

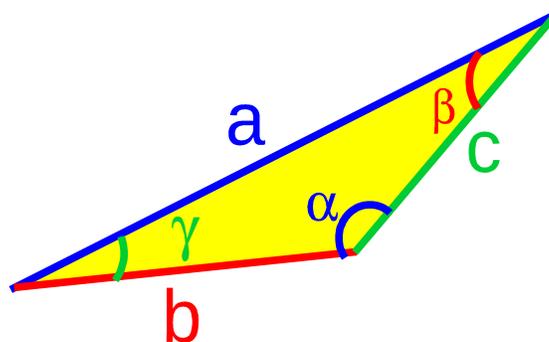
a) Ley de los Senos :

En un Triángulo _____¿de qué tipo?_____, la _____(división) entre el **Seno** de un _____, y su _____ opuesto, es _____(No cambia) .

Es decir , con respecto a la misma figura :

3 enunciados

----- = -----
 ----- = -----
 ----- = -----



*Estas **se** conjuntan “en una sola” así :

----- = ----- = -----

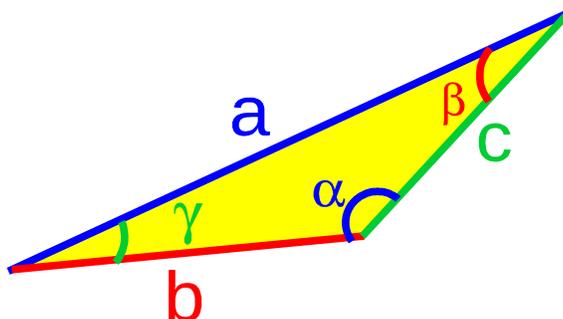
b) Ley de los Cosenos :

En un Triángulo _____ ¿de qué tipo? _____, la suma de los _____ (operaciones) _____ de dos lados cualesquiera, es igual al _____ (operación) _____ del restante, más el _____ (x2) _____ (multiplicación) de los dos primeros, con el **Coseno** del _____ opuesto al último.

Es decir , con respecto a la misma figura :

3 enunciados

_____ + _____ = _____ + _____
 _____ + _____ = _____ + _____
 _____ + _____ = _____ + _____



*Estas **NO** se conjuntan

Observación :

Calcula lo siguiente :

- | | |
|-------------------------|---------------|
| a) Sen(30°)= 0.5 | b) Cos(30°)= |
| (Agudos) | |
| c) Sen(45°)= | d) Cos(45°)= |
| e) Sen(60°)= | f) Cos(60°)= |
| ----- | |
| g) Sen(120°)= | h) Cos(120°)= |
| (Obtusos) | |
| i) Sen(135°)= | j) Cos(135°)= |
| k) Sen(150°)= | l) Cos(150°)= |

¿Que puedes observar de ellas? _____

Ahora, con los **valores obtenidos** calcula sus funciones trigonométricas inversas :

p.e.- a) Asen(**0.5**)=**30°**

Preguntas :

¿Obtuviste todos los ángulos originales? _____ (s/n) _____ .

¿Cuáles sí? _____ , ¿Cuales no? _____

¿Qué función *t.i.* sí se “porta bien”? _____

¿Cuál no lo hace? _____

• **Completa la siguiente :**

Nota :

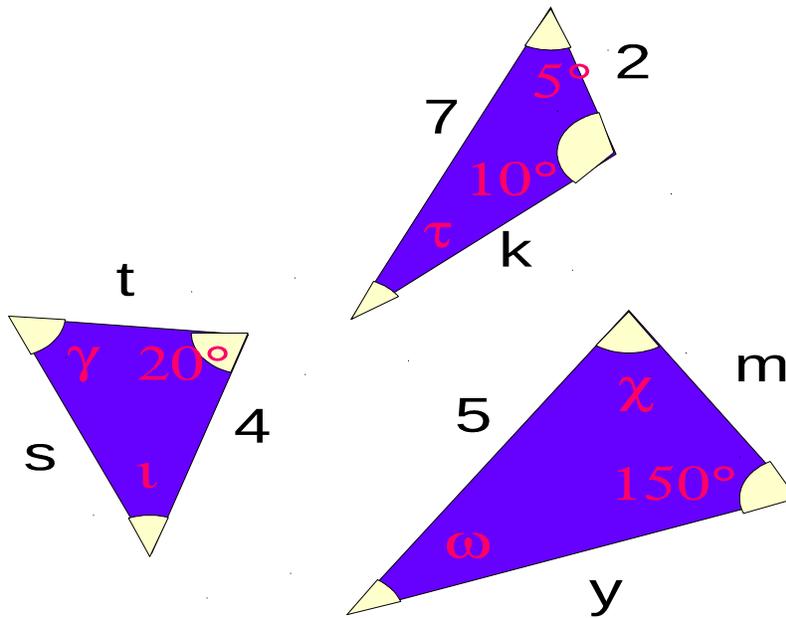
1.-La función _____ s/n se “porta bien” para ángulos $¿De qué tipo? _____$, pero s/n para ángulos $¿De qué tipo? _____$.

2.-La función _____ s/n se “porta bien” para ángulos $¿De qué tipo? _____$.

Por lo tanto, s/n utilizaremos la función _____ para calcular ángulos, a menos de que estemos absolutamente seguros de que éste sea _____. En su lugar, utilizaremos la función _____.

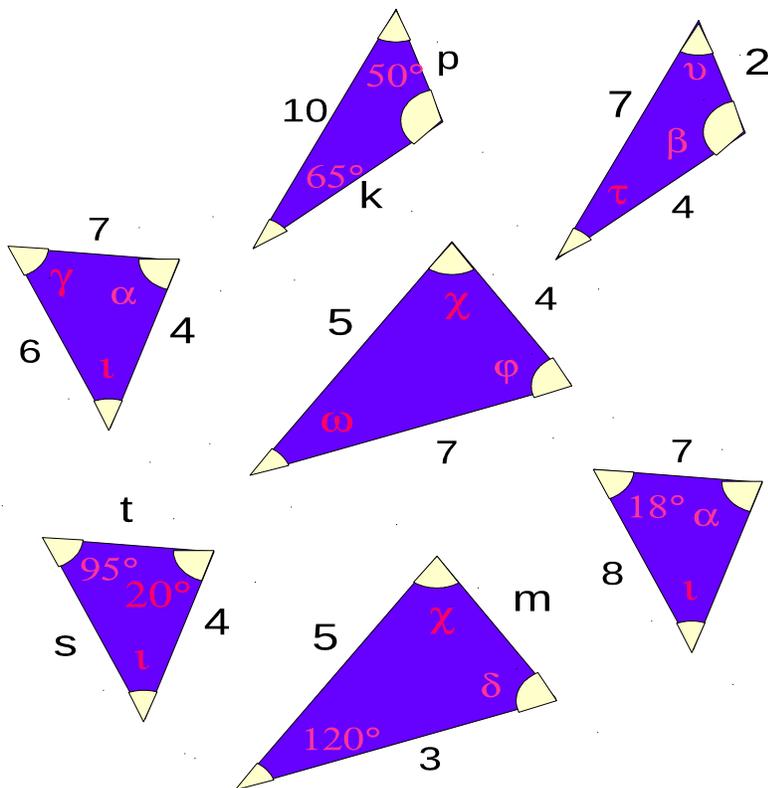
16.- Plantea las leyes de senos y cosenos (**3 de cada una**) en los siguientes triángulos :

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/sl/TG.html>



17.- Resuelve (cuando sea posible) los siguientes triángulos utilizando las leyes de senos y cosenos y demás :

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/sl/TG.html>



¿Problemas al despejar?, **auxíliate** de las siguientes secciones :

- <http://www.dinamate.org/algebra/despejes/D1.html>
- <http://www.dinamate.org/algebra/despejes/D2.html>
- <http://www.dinamate.org/algebra/despejes/D3.html>
- <http://www.dinamate.org/geometriatrigonometria/TPft/fti.html>

Opcional 3 : Describe los posibles casos de problemas de T.G. (**Datos-incógnitas**), y sus métodos de resolución con comprobación.

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/sl/TG.html>

* Ya puedes hacer las **prácticas 6 y 7** de

<http://dinamate.org/geometriatrigonometria/geometriatrigonometria.html>



Visita : **dinamate.org**